

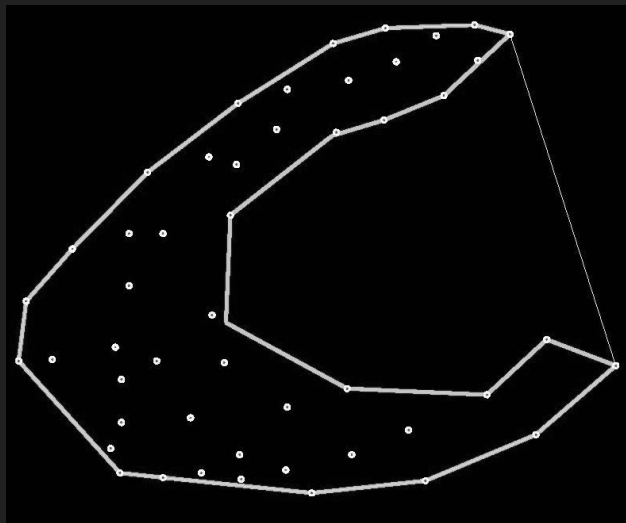
Cvičení 5

KIV/PRO

“Konkávní obálka”

Tvar některých množin bodů lze dostatečně aproximovat pomocí konvexní obálky. Pro jiné množiny je toto nedostačující - jejich tvar je spíše konkávní.

Jak byste řešili problém nalezení konkávní obálky množiny bodů ve 2D?



Alpha shapes

Množina bodů P , reálné číslo α , “zobecněný disk” s poloměrem $1/\alpha$:

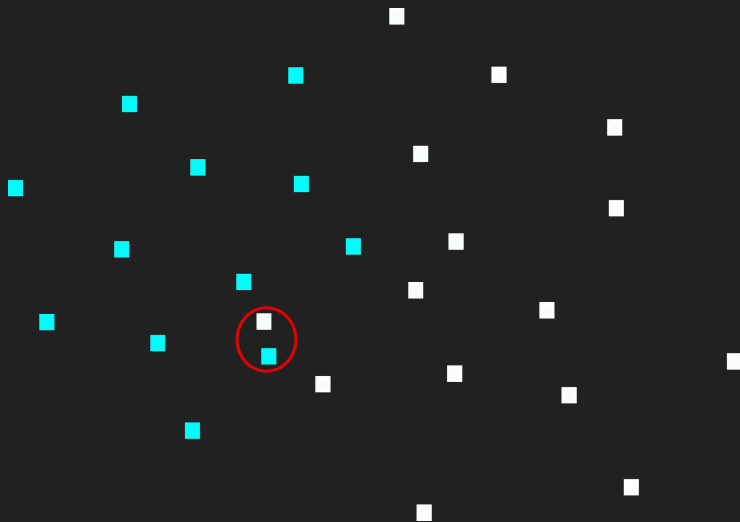
- $\alpha = 0 \Rightarrow$ polorovina
- $\alpha > 0 \Rightarrow$ kruh s poloměrem $1/\alpha$
- $\alpha < 0 \Rightarrow$ doplněk ke kruhu s poloměrem $-1/\alpha$.

Hrana mezi body p_i a p_j pokud body leží na hranici takového zobecněného disku, který neobsahuje žádné další body z P



Nalezení 2 nejbližších bodů ze 2 množin

Na vstupu jsou dvě množiny bodů $P=\{p_i \mid i=0\dots n\}$ a $Q=\{q_i \mid i=0\dots m\}$. Úkolem je nalézt nejbližší dvojici bodů tak, aby jeden z bodů patřil do množiny P a druhý do množiny Q .



2 nejbližší body - divide and conquer

Seřadte body podle souřadnice x

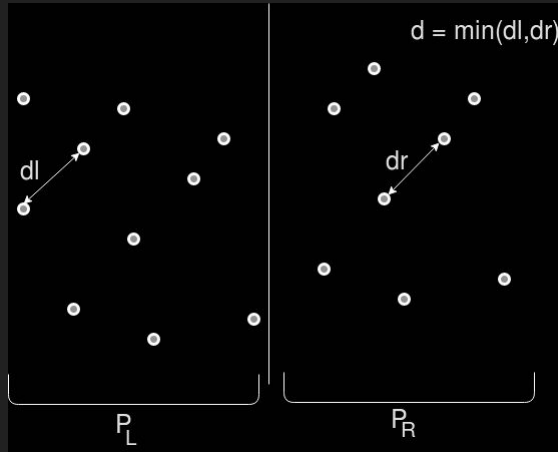
Rekurzivní dělení na poloviny dokud:

- Jeden bod v podmnožině => return infinity
- Dva body v podmnožině => return vzdálenost mezi nimi

2 nejbližší body - divide and conquer

Merge krok:

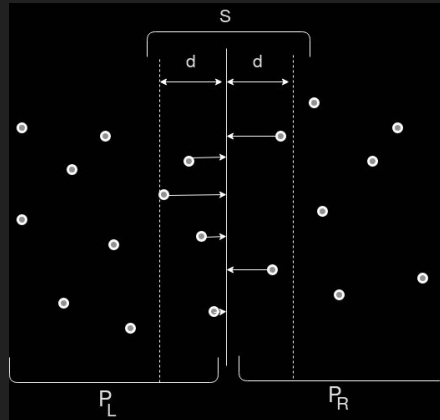
- Minimální vzdálenost mezi body z levé části d_l a pravé části d_r
- $d = \min(d_l, d_r)$



2 nejbližší body - divide and conquer

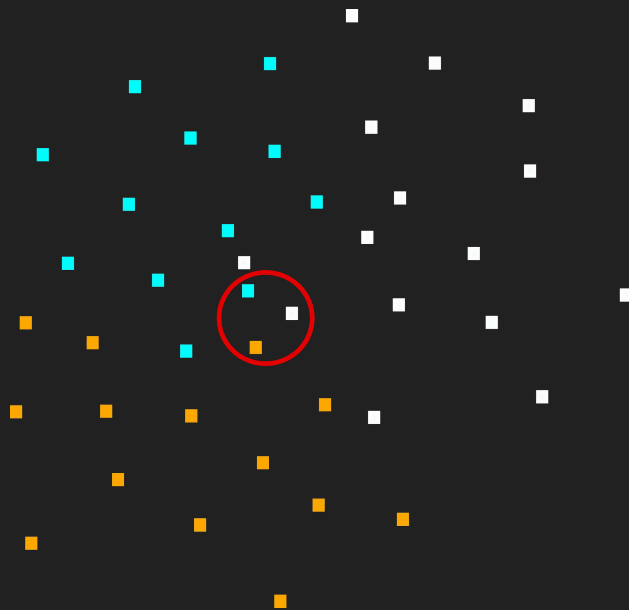
Merge krok:

- Pás okolo dělící hranice o šířce $d \Rightarrow$ všechny body v pásu P_{mid}
- Seřadte body P_{mid} podle y
- Každý bod porovnejte s dalšími body, pro které platí že vzdálenost v y je $\leq d$
- Pokud nalezen bod se vzdáleností $< d$, updatovat d a closest pair



Nalezení nejbližších 3 bodů ze 3 množin

Na vstupu jsou tři množiny bodů $P=\{p_i \mid i=0\dots n\}$, $Q=\{q_i \mid i=0\dots m\}$ a $R=\{r_i \mid i=0\dots k\}$. Úkolem je najít nejbližší trojici bodů tak, aby jeden z bodů patřil do množiny P, druhý do množiny Q a třetí do množiny R.



Triangulace polygonu

Vstupem je polygon ve 2D s n vrcholy. Tento polygon je třeba rozdělit na trojúhelníky, které budou umožňovat snazší další zpracování polygonu (např. vykreslení, popřípadě tento krok může být součástí jiného algoritmu).

1. Polygon je konvexní
2. Polygon může být konkávní

Triangulace polygonu - Ořezávání uší

Teorém dvou uší = každý polygon s alespoň 4 vrcholy bez děr má alespoň dvě “uší” - trojúhelníky 2 strany sou strany polygonu a třetí je celá uvnitř polygonu

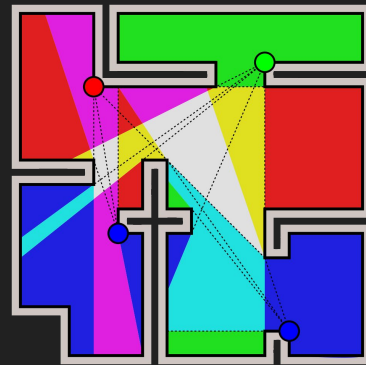
Nalezení ucha, odstranění ucha z polygonu => nový polygon s $n-1$ vrcholy

Postup algoritmu:

- Vytvořte seznam verts, který obsahuje všechny konvexní vrcholy polygonu
- Pro každý vrchol v ve verts:
 - Vytvořte nový trojúhelník, vrchol odstraňte z polygonu
 - Pokud sousedi vrcholu v nejsou ve verts ověřte zda teď nejsou konvexní, pokud ano přidejte je do verts

Art gallery problem

Je třeba nalézt minimálního počet hlídačů, umístěných do polygonu o n vrcholech tak, aby všechny vnitřní části polygonu byly viditelné nějakým z hlídačů. Pokud hlídač stojí v bodě u bod v je pro něj viditelný, pokud přímka spojující body u a v leží uvnitř polygonu.



Mnoho variant tohoto problému je klasifikováno jako NP-hard. Zkusíme si varianty, které je možno řešit v polynomiálním čase.

- Určete zda existuje kritický bod $c \in P$ pro který platí, že existuje bod $d \in P$, který není pozorovatelný strážcem umístěným v c .
- Určete zda polygon P může být celý pozorován jen jedním strážcem.

Art gallery problem

Určete zda existuje kritický bod $c \in P$ pro který platí, že existuje bod $d \in P$, který není pozorovatelný strážcem umístěným v c .

- P je konvexní $\Rightarrow$ každý bod C vidí všechny body z polygonu
- P není konvexní $\Rightarrow$ existuje alespoň jeden bod C který nevidí nějaký bod D
- Má neprázdný kernel, který není roven celému polygonu P

Určete zda polygon P může být celý pozorován jen jedním strážcem.

- Má neprázdný kernel (= množina bodů ze kterých je vidět celý polygon)
- Zjištěn jako průnik všech polorovin definovaných každou z hran polygonu